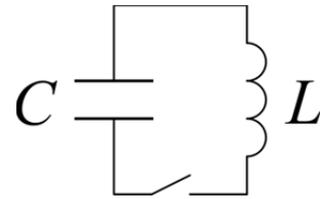


Урок №33 (25.04.2019) Колебательный контур

1. Колебательный контур

Простейший колебательный контур состоит из соединённых между собой катушки индуктивности и конденсатора. Пусть в начальный момент времени конденсатор заряжен до напряжения U_0 .



В любой момент времени напряжение на конденсаторе равно $U_c(t) = \frac{q(t)}{C}$, $U_c(0) = U_0$.

После замыкания ключа по цепи пойдёт электрический ток. При этом по 2 закону Кирхгофа $U_L + U_c = 0$.

ЭДС на катушке в любой момент равно по модулю $U_L(t) = L \frac{dI(t)}{dt}$, при этом ток, по определению, равен $I(t) = \frac{dq(t)}{dt}$.

Сводя все воедино, получим уравнение:

$$L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0.$$

Это дифференциальное уравнение второго порядка.

Пусть $\omega_0^2 = 1/LC$, тогда уравнение переписется в виде

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

Решение этого уравнения можно «угадать», учтя экспериментальные результаты. Попробуем найти его в форме $q(t) = Q \sin(\omega_0 t + \alpha)$.

$$\dot{q} = Q\omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha);$$

$$\ddot{q} = -Q\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \alpha).$$

Действительно, мы угадали! В этом случае уравнение $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$ превращается в тождество в любой момент времени. При этом мы видим, что напряжение на конденсаторе равно

$$U_c(t) = \frac{Q}{C} \sin(\omega_0 t + \alpha) = U_0 \sin(\omega_0 t + \alpha).$$

Учитывая, что $U_c(0) = U_0$, окончательно получаем

$$U_c(t) = U_0 \sin \omega_0 t, \text{ где } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

В колебательном контуре происходит перекачка энергии магнитного поля в энергию электрического поля и наоборот.

2. Затухающие электромагнитные колебания

Если между катушкой и конденсатором вставить сопротивление, характеризующее тепловые потери в колебательном контуре, получим уравнение:

$U_L + U_C + U_R = 0$, а учитывая, что $U_R = IR = \dot{q}R$, получим

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + q/C = 0.$$

Обозначая $\omega_0^2 = 1/LC$, $2\gamma = R/L$, получим уравнение затухающих колебаний:

$$\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

Решение его мы получим в следующем учебном году. Забегая вперёд, скажем, что это функция $q(t) = Q_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \alpha)$, где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$.

Число $\tau = 1/\gamma = 2L/R$ называется *временем жизни колебаний*, а число $\eta = \pi \cdot \tau/T$ – *добротностью контура*.

Добротность контура пропорциональна количеству периодов за время жизни колебаний.

3. Задачи

1. Какой ёмкости конденсатор нужно включить в колебательный контур с катушкой индуктивности $L = 0,76 \text{ Гн}$, чтобы получить в нём электрические колебания звуковой частоты $\nu = 400 \text{ Гц}$?
2. В колебательном контуре зависимость напряжения на обкладках конденсатора от времени представлена уравнением: $u = 10 \cos(2 \cdot 10^3 \pi t)$. Ёмкость конденсатора $C = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}$. Определить период электромагнитных колебаний, индуктивность контура, зависимость силы тока от времени, максимальную энергию электрического поля и магнитного поля в контуре.
3. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью $C = 400 \text{ нФ}$ и катушки индуктивностью $L = 10 \text{ мГн}$. Найти амплитуду колебаний напряжения, если амплитуда колебаний силы тока $I_m = 0,1 \text{ А}$.
4. Катушка индуктивностью $L = 31 \text{ мГн}$ присоединена к плоскому конденсатору с площадью каждой пластины $S = 20 \text{ см}^2$ и расстоянием между ними $d = 1 \text{ см}$. Чему равна диэлектрическая проницаемость среды ε , заполняющей пространство между пластинами, если амплитуда силы тока $I_m = 0,2 \text{ мА}$, а амплитуда напряжения $U_m = 10 \text{ В}$?