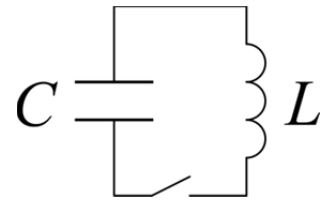


## Урок №33 (25.04.2019) Колебательный контур

### 1. Колебательный контур

Простейший колебательный контур состоит из соединённых между собой катушки индуктивности и конденсатора. Пусть в начальный момент времени конденсатор заряжен до напряжения  $U_0$ .



В любой момент времени напряжение на конденсаторе равно  $U_C(t) = \frac{q(t)}{C}$ ,  $U_C(0) = U_0$ .

После замыкания ключа по цепи пойдёт электрический ток. При этом по 2 закону Кирхгофа  $U_L + U_C = 0$ .

ЭДС на катушке в любой момент равно по модулю  $U_L(t) = L \frac{dI(t)}{dt}$ , при этом ток, по определению, равен  $I(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ .

Сводя все воедино, получим уравнение:

$$L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0.$$

Это дифференциальное уравнение второго порядка.

Пусть  $\omega_0^2 = 1/LC$ , тогда уравнение переписется в виде

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

Решение этого уравнения можно «угадать», учтя экспериментальные результаты. Попробуем найти его в форме  $q(t) = Q \sin(\omega_0 t + \alpha)$ .

$$\dot{q} = Q\omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha);$$

$$\ddot{q} = -Q\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \alpha).$$

Действительно, мы угадали! В этом случае уравнение  $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$  превращается в тождество в любой момент времени. При этом мы видим, что напряжение на конденсаторе равно

$$U_C(t) = \frac{Q}{C} \sin(\omega_0 t + \alpha) = U_0 \sin(\omega_0 t + \alpha).$$

Учитывая, что  $U_C(0) = U_0$ , окончательно получаем

$$U_C(t) = U_0 \sin \omega_0 t, \text{ где } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

*В колебательном контуре происходит перекачка энергии магнитного поля в энергию электрического поля и наоборот.*

## 2. Затухающие электромагнитные колебания

Если между катушкой и конденсатором вставить сопротивление, характеризующее тепловые потери в колебательном контуре, получим уравнение:

$U_L + U_C + U_R = 0$ , а учитывая, что  $U_R = IR = \dot{q}R$ , получим

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + q/C = 0.$$

Обозначая  $\omega_0^2 = 1/LC$ ,  $2\gamma = R/L$ , получим уравнение затухающих колебаний:

$$\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

Решение его мы получим в следующем учебном году. Забегая вперёд, скажем, что это функция  $q(t) = Q_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \alpha)$ , где  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ .

Число  $\tau = 1/\gamma = 2L/R$  называется *временем жизни колебаний*, а число  $\eta = \pi \cdot \tau/T$  – *добротностью контура*.

*Добротность контура пропорциональна количеству периодов за время жизни колебаний.*

## 3. Задачи

1. Какой ёмкости конденсатор нужно включить в колебательный контур с катушкой индуктивности  $L = 0,76 \text{ Гн}$ , чтобы получить в нём электрические колебания звуковой частоты  $\nu = 400 \text{ Гц}$ ?
2. В колебательном контуре зависимость напряжения на обкладках конденсатора от времени представлена уравнением:  $u = 10 \cos(2 \cdot 10^3 \pi t)$ . Ёмкость конденсатора  $C = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}$ . Определить период электромагнитных колебаний, индуктивность контура, зависимость силы тока от времени, максимальную энергию электрического поля и магнитного поля в контуре.
3. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью  $C = 400 \text{ нФ}$  и катушки индуктивностью  $L = 10 \text{ мГн}$ . Найти амплитуду колебаний напряжения, если амплитуда колебаний силы тока  $I_m = 0,1 \text{ А}$ .
4. Катушка индуктивностью  $L = 31 \text{ мГн}$  присоединена к плоскому конденсатору с площадью каждой пластины  $S = 20 \text{ см}^2$  и расстоянием между ними  $d = 1 \text{ см}$ . Чему равна диэлектрическая проницаемость среды  $\varepsilon$ , заполняющей пространство между пластинами, если амплитуда силы тока  $I_m = 0,2 \text{ мА}$ , а амплитуда напряжения  $U_m = 10 \text{ В}$ ?